

## La Enseñanza del Concepto de Número Real en Ambientes Virtuales Interactivos

Nazly E. Salas y Harold Castillo

Pontificia Universidad Javeriana

Colombia

[nazlyes@puj.edu.co](mailto:nazlyes@puj.edu.co), [hcastillo@puj.edu.co](mailto:hcastillo@puj.edu.co)

Pensamiento Matemático Avanzado, Tecnología Avanzada – Nivel Medio, Superior

### Resumen

En este documento, se presentarán las etapas para diseñar un Modelo Instruccional en ambientes virtuales interactivos para la enseñanza de Los Números Reales, que tiene en cuenta: la formación matemática de los estudiantes, sus “niveles”, sus ritmos de aprendizaje, sus obstáculos en el aprendizaje y el tiempo oficial propuesto por la institución educativa para abordar los temas. Además, se explicitan, organizan y relacionan muchos de los elementos que se conjugan, y se camuflan, en la enseñanza y el aprendizaje de los temas matemáticos; este diseño plantea ciertos elementos para el análisis del Discurso Matemático, del discurso didáctico y toma ciertos resultados de las investigaciones en Educación Matemática (Taxonomía SOLO<sup>1</sup> y la Teoría de Súper-ítemes<sup>2</sup> entre otras) para poner en relación los niveles en el discurso didáctico con los niveles de abstracción de los estudiantes.

### Esquema de un concepto matemática desde una perspectiva didáctica<sup>3</sup>.

La primera etapa para diseñar un Modelo Instruccional para enseñar un tema matemático, no sólo en ambientes virtuales interactivos, sino en cualquier ambiente educativo, es tener un esquema que permita organizar y analizar los diferentes elementos que intervienen en el discurso matemático escolar; al tratar de realizar este esquema, que oriente la enseñanza de un concepto matemático, se debe tener en cuenta que cada concepto de las matemáticas, se presenta en diversos contextos (matemáticos, en disciplinas no matemáticas y en la cotidianidad), que en estos contextos se presentan problemas (problemas por resolver y problemas por demostrar), que están presentados en ciertos sistemas de representación (Simbólica, Gráfica, Verbal, tablas, etc.) y que para su solución requieren no sólo de los sistemas de representación, sino de ciertos elementos de la estructura teórica del tema (Axiomas, definiciones, proposiciones) y de los procedimientos necesarios, en uno o varios sistemas de representación (Procedimientos demostrativas y algorítmicos).

La selección de los problemas que se deben trabajar en un tema matemático dependen de los contextos con los cuales el tema matemático pueda interrelacionarse y deben permitir el desarrollo de la estructura teórica del tema; algunos serán comunes a todos los contextos, otros inherentes al contexto matemático y otros a los contextos no matemáticos. De igual forma sucede con los sistemas de representación, algunos se podrán generalizar a todos los temas matemáticos, otros serán inherentes a cada tema matemático y otros inherentes a cada contexto no matemático.

A continuación, se va a presentar el esquema general, de un tema cualquiera, que se utilizó para analizar el discurso de las matemáticas desde una perspectiva didáctica en el curso de

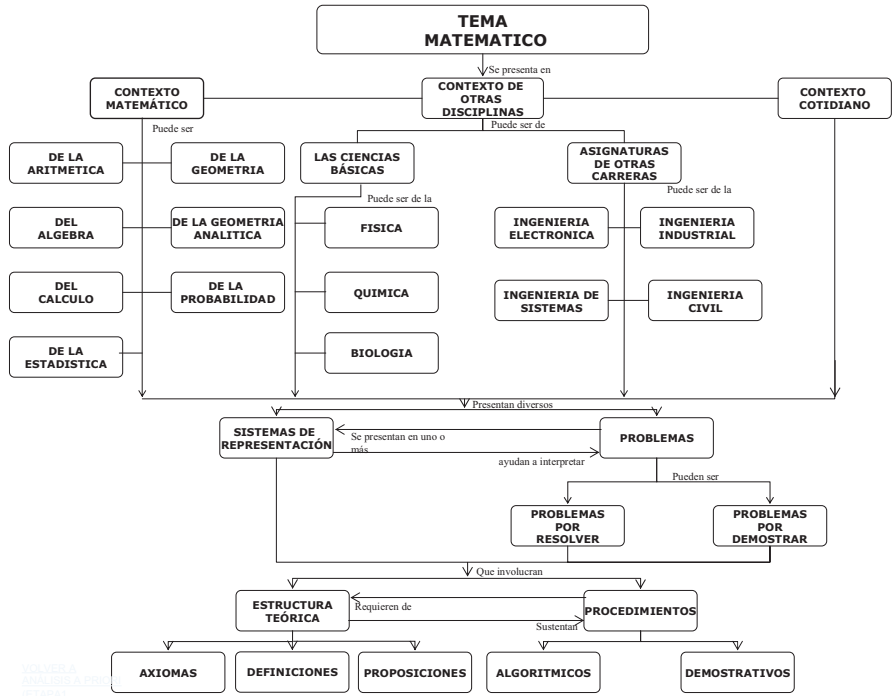
---

<sup>1</sup> “la sigla SOLO corresponde a: Structure of the Observed Learning Outcome” (Biggs and Collis, (1982))

<sup>2</sup> Romberg y otros, (1982)

<sup>3</sup> Muchos de los elementos que aquí se toman han tenido como base los Planteamientos de la Fenomenología Didáctica. (Freudenthal, 1983)

Cálculo I de la Facultad de Ingeniería de la Pontificia Universidad Javeriana. Cali. En él se han hecho explícitos todos aquellos elementos que se tuvieron en cuenta para la enseñanza de un tema.



Esquema de números reales desde el discurso matemático y desde lo didáctico.

En la segunda etapa se seleccionó el tema, en este caso, Los Números Reales; a este tema, se le aplicó la estructura del esquema general, relacionando: La estructura teórico conceptual (ETC), Los Contextos (CX), Los sistemas de Representación (SR) y los procedimientos (P), en los Números Reales. la cuales se les asignó el nombre de Categorías de análisis del discurso matemático. En la siguiente tabla se presenta la relación:

TEMA DE ESTUDIO :Números Reales.				
	Contexto (Problemas por Resolver o por Demostrar)			
	ESTRUCTURA CONCEPTUAL	TEORICO	SR	P
DESCRIPCIÓN DEL TEMA	TEMA (incluye Axiomas, Definiciones, Proposiciones)	SUBTEMA (incluye Axiomas, Definiciones, Proposiciones)		
Conjuntos Numéricos	Naturales			
	Enteros			
	Racionales			

	<b>Irracionales</b>			
<b>Relaciones entre los elementos de un conjunto numérico y el conjunto numérico y entre conjuntos numéricos.</b>	<b>Relaciones de pertenencia</b>			
	<b>Relación de Inclusión</b>			
<b>Operaciones entre los elementos de los conjuntos numéricos.</b>	<b>Suma (+)</b>			
	<b>Resta(-)</b>			
	<b>Producto (*)</b>			
	<b>División (÷)</b>			
<b>Relaciones de acuerdo con el conjunto y con la igualdad o la desigualdad entre sus elementos</b>	<b>De equivalencia</b>			
	<b>De Orden</b>	<b>Sucesor, Buen ordenamiento, Densidad</b>		
<b>Densidad de conjuntos numéricos y entre los números</b>	<b>Densidad</b>	- Del conjunto numérico. - Del conjunto numérico en otro conjunto numérico		
	<b>Propiedad Arquimediana</b>			
<b>Estructura de acuerdo con el conjunto, con las operaciones entre sus elementos y sus relaciones de orden</b>	<b>Cuerpo</b>	<b>Propiedades: Clausurativa, Uniforme, Conmutativa, Asociativa, Modulativa, Invertiva, Distributiva</b>		
	<b>Cuerpo Ordenado</b>	<b>Suma de Positivos, Producto de positivos, # elevado al cuadrado.</b>		
	<b>Cuerpo Ordenado Completo</b>	<b>Cotas superiores, Cotas inferiores, Supremo, Máximo, Ínfimo, mínimo</b>		

Esquema desde lo cognitivo e interrelación de lo cognitivo con el discurso matemático a enseñar.

En una tercera etapa, se realizó un análisis cognitivo del estudiante para el aprendizaje de un tema matemático, para esto, se tomaron: (1) los elementos para la comprensión, en forma general, de un concepto matemático (Sierpinski, 1992), (2) Los Niveles planteados en la Taxonomía SOLO (Biggs and Collis, 1982) y (3) los obstáculos<sup>4</sup> que los estudiantes presentan en el aprendizaje de este concepto. Para los obstáculos se utilizaron algunos resultados de investigaciones (Tall, 1992); así como dificultades detectadas en los estudiantes a lo largo de la experiencia docente de cada uno de los profesores que han enseñado el curso de Cálculo I de la Facultad de Ingeniería de la Pontificia Universidad Javeriana. Cali<sup>5</sup>. Este análisis se aplicó al tema de Números Reales.

### **Proceso de selección y elaboración de tareas para los números Reales.**

En una cuarta etapa, se seleccionaron las tareas, donde se eligieron los problemas por resolver o por demostrar; para esto, fue necesario hacer un barrido de los libros de texto más significativos y ver, en ellos, lo que los autores esperan al terminar el tema de números reales. Los libros de texto no sólo fueron de matemáticas, sino de las otras disciplinas. También hubo necesidad de recurrir a las investigaciones hechas en números reales o en subconjuntos de éste, donde se habían identificado problemas de aprendizaje.

En la Tabla Anexa, se presentan: las características de cada tema de los Números Reales, los objetivos finales del curso en el concepto de Número Real, los contextos, los obstáculos a priori y el título de las tareas que el estudiante deberá resolver.

### **Elaboración de tareas donde se interrelacionan los elementos del discurso matemático a enseñar y los niveles SOLO.**

En una quinta etapa se elaboraron las tareas, en éstas, se planteó *el problema o problemas principales* que el estudiante debía resolver al finalizar el tema o subtema de Números Reales, y se plantean *problemas de menor nivel* que sirvan para que el estudiante evolucione, logrando, con la solución de *los problemas de menor nivel*, niveles de abstracción cada vez *mayores* y que le permitan resolver *el problema o problemas principales*. La forma de organizar y plantearon los diversos problemas y la forma como van nivelados, se apoyaron en la teoría de SUPER ITEMES (Romberg y otros (1982)); que adicionalmente, permitió establecer una correspondencia entre los problemas en niveles con los niveles planteados en la Taxonomía SOLO; es así, como los SUPERITEMES, se convirtió en el elemento que puso en correspondencia los niveles del discurso matemático a enseñar, con los niveles de abstracción de los estudiantes.

En la Tabla, se presentan los elementos que se consideraron en la selección y elaboración de las tareas; en ella se muestra un tronco de súper ítem que abarca todos los niveles SOLO y en donde aparecen las categorías de análisis del Discurso Matemático con fines didácticos; pero, al plantear el tronco que dará solución a una problemática, las tareas pertenecientes a los niveles preestructural, uniestructural, multiestructural, relacional y de abstracción extendida no deberán pertenecer necesariamente a la misma categoría, puede ser que en un tronco resulten tareas que abarquen una categoría o distintas categorías.

---

<sup>4</sup> Para los obstáculos, se han considerado algunos resultados de investigaciones en Pensamiento Avanzado. (Tall, 1992).

<sup>5</sup> El grupo de profesores está conformado por una base de siete docentes que desde el año 2001 ha venido trabajando en la problemática: Transición bachillerato – Universidad. Y ha conformado un Grupo de Trabajo Sobre Evaluación en Matemáticas que hace parte de la Línea de Investigación: Educación Matemática y Tecnología de la Pontificia Universidad Javeriana. Cali. Colombia.

### Aplicación de las tareas, recolección de datos y análisis de las respuestas.

En una sexta etapa se aplicaron las tareas en forma de cuestionarios a todos los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Pontificia Universidad Javeriana. Cali del segundo semestre de 2003, donde las respuestas fueron caracterizadas, agrupándolas en respuestas de índole semejante, y donde se verificaron los niveles establecidos a priori, con base en la frecuencia de respuestas correctas.

### El modelo instruccional<sup>6</sup>.

Una séptima etapa fue el diseño del Modelo Instruccional, el cual, se fundamenta en una herramienta computacional que el estudiante puede acceder desde cualquier lugar donde tenga acceso a Internet y que consta de un examen diagnóstico con el que se establece los niveles de los estudiantes en cada una de las problemáticas establecidas en la enseñanza de los Números Reales y, a partir del nivel mostrado en el examen, la herramienta le plantea tareas con opciones de respuesta y opciones de justificación (en troncos de SUPERITEMES), que de acuerdo a un porcentaje de aciertos, le permite evolucionar en su nivel. Con la herramienta computacional, el aula de clase se convierte en un sitio de discusión y no de presentación expositiva de los temas.

### Referencias Bibliográficas

- Alvarez, J. (1991). El Concepto de Modelo Instruccional y su Utilidad en un Programa de Mejoramiento de la Enseñanza de las Matemáticas a Nivel Universitario. *lecturas matematicas*. Vol. XII, Números 1-2-3. Cali, Colombia.
- Alvarez, J. y Marmolejo, M. (1990). Sobre el Bajo Aprovechamiento Estudiantil en los primeros cursos universitarios de matemáticas en la universidad del valle. *Matematicas: Enseñanza Universitaria*. Vol. 1, No.2. Cali, Colombia.
- Biggs, J. y Collis, K. (1982). *Evaluating the Quality of learning: The Solo*. New York, Academy Press.
- Biggs, J. (1991): Multimodal Learning and the Quality of intelligent Behaviour, en Rowe, H. (ed.) *Intelligence: Reconceptualization and Measurement*. LEA, *Australian Council for Educational Research*, pp. 57 – 76.
- Freudenthal, H. (1983) *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, Reidel, Dordrecht.
- Romberg, T. (1982): *The Development of Mathematical Problem-Solving Superitems*. A report on the NIE/ECS Item Development Project. Wisconsin Center for Education Research, The University of Wisconsin, USA: Madison, Wisconsin.
- Tall, D. (1992). The transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity, and Proof. *Handbook of Research on math. Teaching and Learning (NCTM)*.

---

<sup>6</sup> Este modelo instruccional ha tenido diversas pruebas piloto para establecer claramente los niveles de las situaciones problemas o tareas, y determinar las preguntas del examen diagnóstico.